

אריתמטיקה במיטבה - מתימטיקה

"מתימטיקה" - עכשיו תבינו את כוונת הדברים כשאמרנו כי לכם אין בה בחירה זו כל קושי מתימטי. יש לכם לשון-מספרים, שמבניה נותן לכם יכולת להביא בחשבון אפשרות, שהמתימטיקנים קראוה בשם מפוצץ: "התכנסותו של טור אינסופי אל גבול מסוים". או, בלשון בני-אדם: על-ידי חיבור כמויות שהן קטנות-והולכות עד אין קץ – יתכן שנגיע לידי ערך שאינו גדל עוד בשום שיעור בר-מידה, הגם שאנו מוסיפים-והולכים. הקשיים העצומים, שהמתימטיקנים הקדמונים נתקלו בהם בתהליך של חילוק הנמשך עד אין-סוף (בימינו קוראים לכך המתימטיקנים: טורים אינסופיים, גבולות, מספרים טראנסצנדנטיים, כמויות איראציונליות, (וכיו"ב) הרי הם מופת ודוגמה לאמת חברתית גדולה, המתאשרת ע"י כל תולדות דעת האדם. אפילו החכם מכל אדם – פעילותו בשכלית הפורייה שואבת מן הדעת המשותפת-לכל. מעבר לתחום מסוים לא יוכל אפילו החכם מכל אשם לחרוג מגבולותיה של מורשת התרבות החברתית אשר ירש. אנשי-רוח חכמים ונבונים המתפארים בהתבדלותם הרוחנית – כל חכמתם-ובינתם צריכה בדיקה.

נוסחאות כפל מקוצר

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\(a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\(a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 \\(a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\(a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) \\a^3 + b^3 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)\end{aligned}$$

משוואה ממעלה שניה

$$\begin{aligned}ax^2 + bx + c &= 0 \\x_1; x_2 &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}$$

כ א ש ר הקשר בין השורשים

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b}{2a} & b^2 - 4ac &= 0 \\x_1 + x_2 &= \frac{-b}{a} & x_1 \cdot x_2 &= \frac{c}{a} \\x(x - a) &= 0 & x_1 &= 0 & x_2 &= a\end{aligned}$$

חזקות

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \frac{a}{b} \quad (b \neq 0)$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \quad (a \neq 0)$$

לוגריתמים

$$A^n = B \quad n = \text{Log}_A B \quad (A > 0)$$

$$\text{Log}_a \frac{AB}{C} = \text{Log}_a A + \text{Log}_a B - \text{Log}_a C$$

$$\text{Log}_a A^m = m \text{Log}_a A$$

$$\text{Log}_a \sqrt[k]{A^m} = \frac{m}{k} \text{Log}_a A$$

$$\text{Log}_a a = 1$$

$$\text{Log}_a 1 = 0$$

$$\text{Log}_{10} X = \frac{\text{Log}_e X}{\text{Log}_e 10}$$

$$\text{Log}_e X = \frac{\text{Log}_{10} X}{\text{Log}_{10} e}$$

שינוי בסיס

טורים

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

טור חשבוני

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = [2a_1 + (n-1)d] \frac{n}{2}$$

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

טור הנדסי

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad q \neq 1$$

$$S = \frac{a_1}{1 - q} = a_1 \quad -1 < q < 1$$

טור הנדסי אין סופי

צירופים, תמורות וחליפות

$$n! = 1.2.3.4... (n-1) \cdot n$$

$$0! = 1$$

$$P_n = n!$$

מספר התמורות של n עצמים:

$$m! \frac{n!}{(n-m)!} = \binom{n}{m}$$

מספר הצירופים של m עצמים מתוך n :

$$A = \frac{m! n!}{n! (n-m)!}$$

מספר החליפות של m עצמים מתוך n בלי חזקות

$$R = \frac{m! m!}{n!}$$

מספר החליפות של m עצמים מתוך n עם חזקות

נוסחת הבינום של ניוטון:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{m} a^{n-m} b^m + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

דטרמיננטים

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - b_1 a_2$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} =$$

$$a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3 - a_3 b_2 c_1$$

טריגונומטריה

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = \cos (90 - \alpha)$$

$$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 2\sin^2 \alpha - 1$$

$$\cos \alpha = \sin (90 - \alpha)$$

$$\sin (-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos (-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} (-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{cotg} (-\alpha) = \operatorname{cotg} \alpha$$

$$\sin (90 + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos (90 + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin (180 + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos (180 + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin (180 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos (180 - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} (\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \pm \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

משפט הסינוסים

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

רדיוס המעגל החוסם $\equiv R$

משפט הקוסינוסים

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

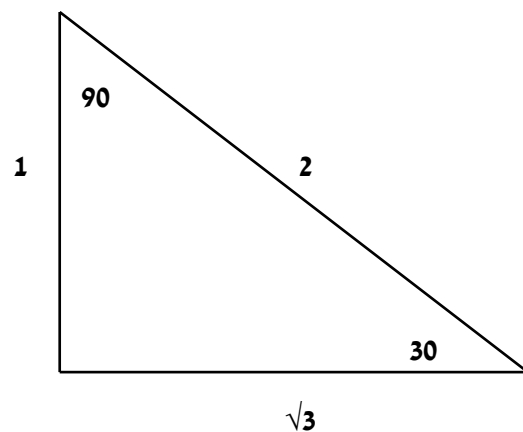
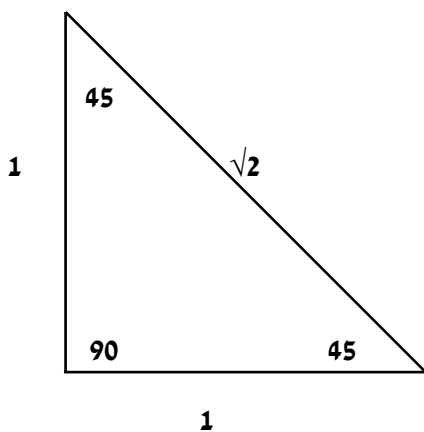
שטח משולש

$$S = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2} = 2R^2 \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-c)}$$

$$P = \frac{a + b + c}{2}$$

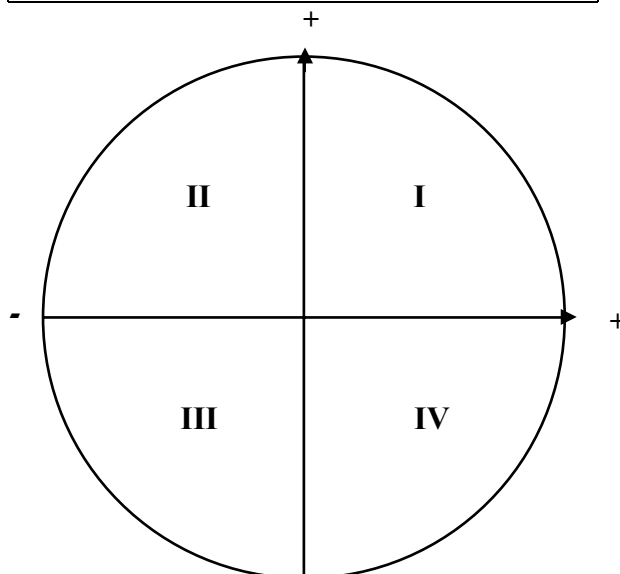
זוויות שימושיות



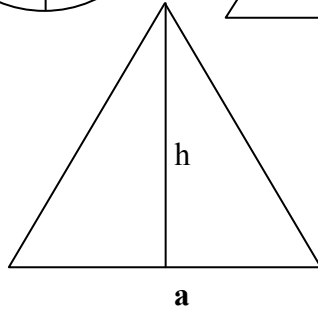
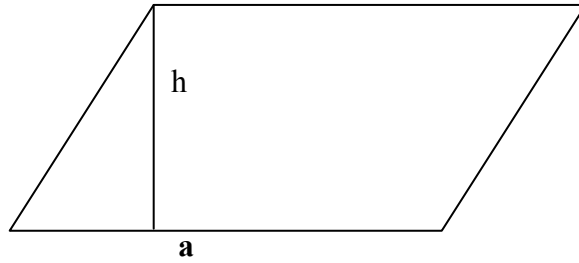
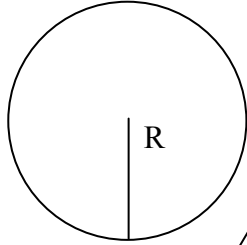
					זווית	פונקציה
90°	60°	45°	30°	0°		
1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$2\frac{1}{2}\sqrt{}$	$\frac{1}{2}$	0	sin	
0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	cos	
∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	tg	
0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	cotg	
∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	sec	
1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞	cosec	

סימן פונקציות טריגונומטריות

ריבוע IV	ריבוע III	ריבוע II	ריבוע I	הפונקציה
-	-	+	+	sin
+	-	-	+	cos
-	+	-	+	tg
-	+	-	+	cotg
-	-	+	+	sec
-	-	+	+	cosec



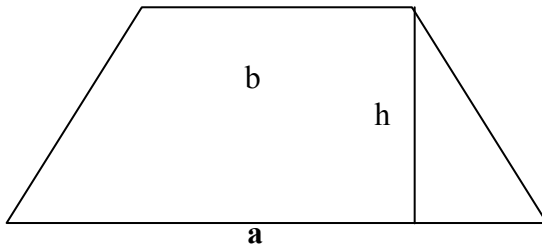
גיאומטריה



$\frac{ah}{2}$ שטח משולש

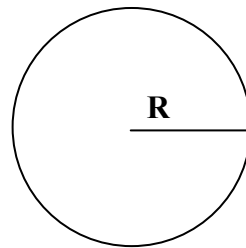
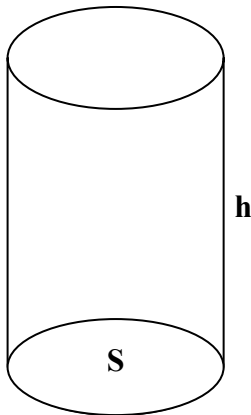
πR^2 שטח עגול

$2 \pi R$ הקף מעגל



שטח מקבילית ah
 שטח טרפז $\frac{a+b}{2} \cdot h$

נפחים

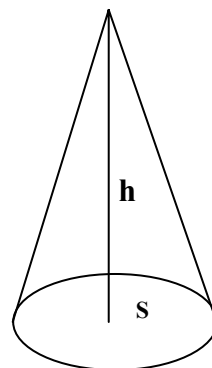
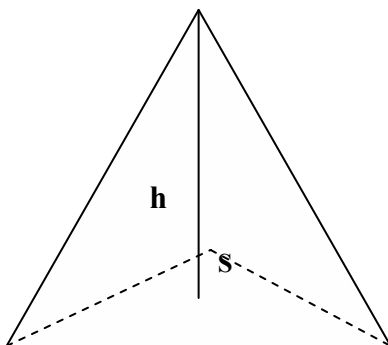


נפח גליל sh

$\frac{4}{3} \pi R^3$ נפח כדור

$\frac{sh}{3}$ נפח פירמידה

$\frac{sh}{3}$ נפח חרוט



דיפרנציאלים ואינטגרלים

1. $d(au) = adu$

2. $d(u + v - w) = du + dv - dw$

3. $d(uv) = u dv + v du$

4. $d \frac{u}{v} = \frac{v du - u dv}{v^2}$

5. $d(u^n) = n u^{n-1} du$

6. $d(e^u) = e^u du$

7. $d \sin u = \cos u du$

8. $d \cos u = -\sin u du$

9. $\int o dx = \text{const.}$

10. $\int a dx = ax$

11. $\int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx$

12. $\int (u + v) dx = \int u dx + \int v dx$

13. $\int u dv + u \int dv - \int u du = uv - \int v du$

14. $\int u \frac{dv}{dx} dx = uv - \int v \frac{du}{dx} dx$

15. $\int e^x dx = e^x$

16. $\int e^{ax} dx = \frac{e}{a}$

גדלים שונים

$$\pi = 3.1416$$

$$\text{Log } \pi = 0.4971$$

$$e = 2.7183$$

$$\text{Log}_{10} e = 0.4343$$

$$1/e = 0.3678$$

$$\text{Lne}^x = x \text{ Log } e$$

$$\text{Ln}_{10} = 2.3026$$

ספרות רומיות

I – 1

L – 50

V – 5

C – 100

X – 10

D – 500

II	IV	VI	IX	XI	XX	XL	LX	CC	DC
2	4	6	9	11	20	40	60	200	600

סימני חלוקה עיקריים

ב-2 מתחלק כל מספר שספרת יחידותיו זוגית.

ב-3 מתחלק כל מספר שסכום ספרותיו מתחלק ב-3.

ב-4 מתחלק כל מספר ששתי ספרותיו האחרונות מתחלקות ב-4.

ב-6 מתחלק כל מספר זוגי שסכום ספרותיו מתחלק ב-3.

ב-9 מתחלק כל מספר שסכום ספרותיו מתחלק ב-9.

ב-15 מתחלק כל מספר שמסתיים ב-0 או 5 וסכום ספרותיו מתחלק ב-3.

פיסיקה

תנועה שוות מהירות

$$S = v \cdot t$$

$$V = V_0 + at$$

תנועה שוות תאוצה

$$V^2 = V_0^2 + 2 as \quad S = V_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

תנועה קליע

$$V_x = V_0 \cos \theta \quad V_y = V_0 \sin \theta - g \cdot t$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad tg = \frac{V_y}{V_x}$$

תנועה סיבובית לא מואצת:

$$a = \frac{V^2}{R} \quad w = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

מטוטלת מתמטית:

$$T = 2\pi \sqrt{L/g}$$

זווית נטייה של מסילה:

$$Tg \theta = \frac{V^2}{Rg}$$

תנועה סיבובית מואצת:

$$a = \frac{\Delta w}{\Delta t} \quad w = w_0 + \alpha t$$

$$V = R w \quad \theta = W_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha t$$

$$a_r = w^2 R = \frac{v^2}{R} \quad w^2 = w_0^2 + 2 \alpha \theta$$

$$a_t = R \alpha$$